

## ورقة عمل في مادة الرياضيات

**أولاً:** أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاث الآتية : " كل سؤال 45 درجة "  
**السؤال الأول:** الجدول الآتي يمثلّ دول تغيرات التابع  $f$  وخطه البياني  $C$ .

$x$	-1	0	3	$+\infty$
$f'(x)$		+	+	0 -
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	2 0

المطلوب :

- 1) اكتب مجموعة تعريف التابع  $f$ .
- 2) جد نهاية  $f$  عند أطراف مجالات التعريف و اكتب معادلة أي مقارب للخط  $C$ .
- 3) أوجد عدد حلول المعادلة  $f(x)=0$ .
- 4) عيّن القيمة الحديّة محلياً للتابع  $f$ .
- 5) اكتب معادلة المماس الأفقي للخط  $C$ .

**السؤال الثاني:** حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة :  $e^x - 3e^{-x} < -2$

**السؤال الثالث:** باستخدام تعريف العدد المشتق أوجد نهاية :  $f(x) = \frac{x-1+\ln x}{x-1}$  عند (1).

**ثانياً:** أجب عن سؤالين من الأسئلة الثلاث الآتية : " كل سؤال 45 درجة "

**السؤال الأول:** في مجموعة الأعداد العقدية  $C$  لدينا المعادلة  $z^2 - iz - i - 1 = 0$  . المطلوب :

- 1) أثبت أنّ العدد  $1+i$  هو حل للمعادلة واحسب الحل الآخر .
  - 2) اكتب حلّي المعادلة بالشكل الأسّي .
- السؤال الثاني:** لدينا 5 أشخاص ، نريد تشكيل لجنة ثلاثية منهم ( مدير ومعاون مدير وأمين سر) . المطلوب :
- 1) كم عدد اللجان التي يمكن تشكيلها .
  - 2) نحدد شخص معيّن من الأشخاص الخمسة :

- a) كم عدد اللجان التي لا تحوي هذا الشخص .
- b) كم عدد اللجان التي يكون هذا الشخص مدير فيها .

**السؤال الثالث:** لدينا مستويين :  $P: 2x - y + z + 1 = 0$  ،  $Q: -4x + 2y - 2z = 0$

أثبت أن المستويين متوازيين واحسب البعد بينهما .

**ثالثاً:** حل التمارين الثلاثة الآتية : " 80 درجة للأول ، 70 درجة للثاني ، 70 درجة للثالث "

**التمرين الأول:** النقاط  $D, C, B, A$  تمثلها بالترتيب الأعداد العقدية :  $a=i$  ،  $b=1+2i$  ،  $c=4$  ،  $d=3+i$  .  
المطلوب :

1) اكتب  $\frac{d-c}{b-a}$  بالشكل الجبري والأسّي واستنتج الزاوية بين الشعاعين  $(\overline{AB}, \overline{CD})$  .

2) أوجد العدد  $b'$  الذي يمثّل النقطة  $B'$  صورة  $B$  وفق انسحاب شعاعه  $\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{v}$  .

3) استنتج العدد العقدي  $h$  الذي يمثّل النقطة  $H$  ليكون الرباعي  $ABHD$  متوازي أضلاع .

4) عيّن مجموعة النقاط  $M$  التي يمثّلها العدد  $z$  الذي يحقق العلاقة :  $|z-a|=|z-b|$

**التمرين الثاني:** لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  معرفة وفق :  $u_0 = \frac{1}{2}$  ،  $u_{n+1} = \frac{u_n}{2-u_n}$

1) أثبت أن التابع  $f(x) = \frac{x}{2-x}$  متزايد .

2) أثبت بالتدرّج أن  $0 < u_n < 1$  أيّاً كان العدد الطبيعي  $n$  .

3) بفرض  $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$  أثبت أن  $(v_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية واحسب أساسها  $q$  ،  $v_0$  .

4) اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ، واستنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  .

**التمرين الثالث :**  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على المجال  $[3, +\infty[$  وفق  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$  . المطلوب :

- (1) احسب نهاية  $f$  عند  $+\infty$  .
  - (2) اكتب التركيب  $x^2 - 4x + 3$  بالصيغة القانونية .
  - (3) أوجد معادلة المقارب المائل للخط  $C$  في جوار  $+\infty$  ، وادرس وضعه النسبي مع  $C$  .
- رابعاً : حل المسألتين الآتيتين : " 100 درجة لكل مسألة "**

**المسألة الأولى :**  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرّف على  $I = ]0, +\infty[$  وفق :  $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x}$  .

- (1) أوجد نهاية  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه واستنتج معادلة كل مقارب للخط  $C$  .
- (2) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها ودل على القيمة الحدية محلياً .
- (3) أثبت أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حل وحيد  $\alpha$  ينتمي للمجال  $]0, 1[$  .
- (4) أوجد مجموعة حلول المتراجحة  $f(x) \geq 0$  .
- (5) ارسم كل مقارب وجدته وارسم  $C$  ، ثم استنتج رسم  $C_1$  الخط البياني للتابع  $f_1(x) = \frac{-1}{x} \left(1 - \ln \frac{1}{x}\right)$  .

**المسألة الثانية :** في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقطتين  $B(3, 2, 0), A(1, 1, 1)$

- والمستوي  $Q: x - y + 2z + 4 = 0$  .
- (1) اكتب معادلة المستوي  $P$  المار من  $B$  ويقبل  $\overline{AB}$  ناظماً عليه .
  - (2) اكتب معادلة الكرة  $S$  التي مركزها  $A$  ونصف قطرها  $AB$  .
  - (3) أثبت أن المستوي  $Q$  مماس للكرة  $S$  .
  - (4) أثبت أن المستقيم  $d$  هو الفصل المشترك للمستويين  $P$  ،  $Q$  :
$$\begin{cases} x = t \\ y = 12 - 5t \\ z = 4 - 3t \end{cases} : t \in \mathbb{R}$$
  - (5) بفرض  $I$  مركز أبعاد متناسبة للنقطتين  $(B, 1), (A, 2)$  ، أوجد احداثيات  $I$  .

**انتهت الأسئلة**